



Math93.com

TD n°2 - Seconde

Expressions algébriques

Exercice 1. Quelques fourberies!

1. Développer les expressions suivantes :

1. a. $A_1(x) = (-x - 3)^2$

1. b. $A_2(x) = x - (-2x + 5)^2$

1. c. $A_3(x) = (-x - 1)^2 - (-x + 2)^2$

2. Factoriser les expressions suivantes :

2. a. $B_1(x) = (2x + 4)^2 - (x + 2)(x + 3)$

2. b. $B_2(x) = x^2 + 2x + 1 - (2x + 2)(x + 3)$

2. c. $B_3(x) = 4x^2 + 4x + 1 - (6x + 3)(x + 1)$

Réponses

$$A_1(x) = x^2 + 6x + 9 ; A_2(x) = -4x^2 + 21x - 25 ; A_3(x) = 6x - 3$$

$$B_1(x) = (x + 2)(3x + 5) ; B_2(x) = (x + 1)(-x - 5) ; B_3(x) = (-x - 2)(2x + 1)$$

Exercice 2. Choisir une forme adaptée

On définit une fonction f définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = (x - 3)(2 + 3x) - (2x - 5)(x - 3)$$

1. Écrire et transformer :

1. a. Par un développement, montrer que :

$$f(x) = x^2 + 4x - 21$$

1. b. Par une factorisation, montrer que :

$$f(x) = (x - 3)(x + 7)$$

1. c. Montrer que pour tout réel x :

$$f(x) = (x + 2)^2 - 25$$

1. d. **Astuce** : développer les expressions obtenues aux questions 1b) et 1c) pour vérifier que vous obtenez bien le résultat du développement du 1a).

2. Choisir l'expression la plus adaptée pour répondre aux questions suivantes :

2. a. Montrer que $f(0) = -21$, $f(-2) = -25$, $f(3) = 0$;

2. b. Résoudre dans \mathbb{R} les équations :

• $(E_1) : f(x) = 0$; $(E_2) : f(x) = -21$; $(E_3) : f(x) = -25$.

2. c. Déterminer le minimum de la fonction f sur \mathbb{R} et le réel pour lequel il est atteint;

2. d. Résoudre dans \mathbb{R} les équations :

• $(E_4) : f(x) = 4x$; $(E_5) : f(x) = x^2$.

2. e. Calculer les images de $\sqrt{2}$ puis de $\frac{-2}{3}$ par f .

2. f. Calculer les antécédents de -9 par f .

Réponses

(2.b.) $S_{(E_1)} = \{-7; 3\}$; $S_{(E_2)} = \{0; -4\}$; $S_{(E_3)} = \{-2\}$ (2.c.) $\min -25$, atteint pour $x = -2$.

(2.d.) $S_{(E_4)} = \{\sqrt{21}; -\sqrt{21}\}$; $S_{(E_5)} = \left\{\frac{21}{4}\right\}$ (2.e.) $f(\sqrt{2}) = 4\sqrt{2} - 19$ et $f\left(\frac{-2}{3}\right) = \frac{-209}{9}$

(2.f.) $(f(x) = -9) \Leftrightarrow (x = -6 \text{ ou } x = 2)$

Exercice 3. Minimum et maximum!

1. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 - 4x + 8$.
 1. a. Conjecturer le minimum de f sur \mathbb{R} à l'aide de la calculatrice.
 1. b. Factoriser $f(x) - 4$.
 1. c. En déduire que f admet pour minimum 4 sur \mathbb{R} .
2. Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = x^2 - 2x + 3$.
 2. a. Conjecturer le minimum de g sur \mathbb{R} à l'aide de la calculatrice.
 2. b. Factoriser $g(x) - 2$.
 2. c. Conclure.
3. Soit h la fonction définie sur \mathbb{R} par $h(x) = -x^2 + 3x - 6$.
 3. a. Conjecturer le minimum ou le maximum de h sur \mathbb{R} à l'aide de la calculatrice.
 3. b. Factoriser $h(x) + \frac{15}{4}$ et conclure.

**Réponses**

(1b) $f(x) - 4 = (x - 2)^2$; (2b) $g(x) - 2 = (x - 1)^2$ donc g admet pour minimum 2, il est atteint pour $x = 1$; (3b) $h(x) + \frac{15}{4} = -\left(x - \frac{3}{2}\right)^2$ donc h admet pour maximum $\frac{-15}{4}$, il est atteint pour $x = \frac{3}{2}$.